Desenho Geométrico

EMEF Amélio de Paula Coelho

Prof. Alexandre

Propriedades dos Quadriláteros

QUADRILÁTEROS

A presença da forma dos quadriláteros é muito frequente em situações do dia a dia, como em caixas, malas, casas, etc.

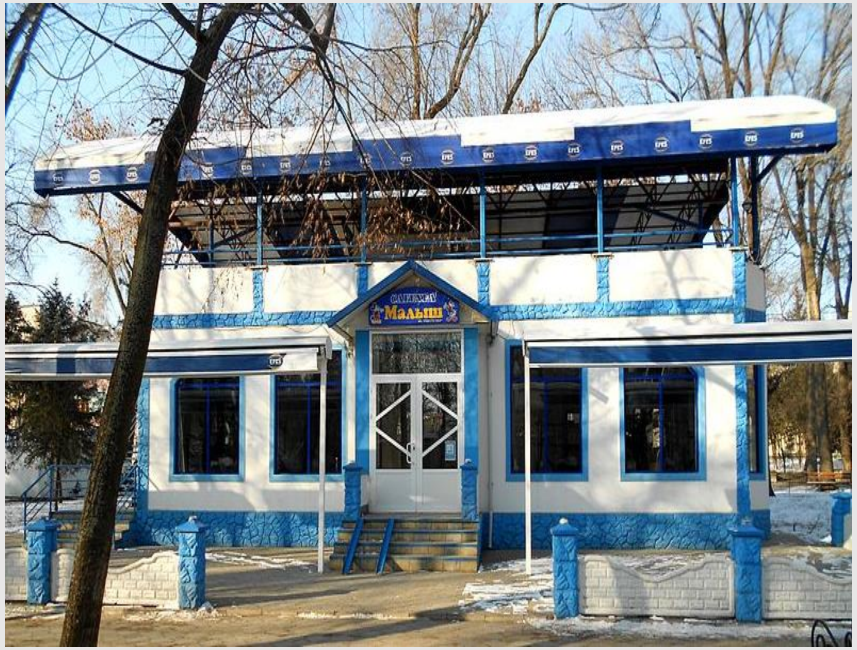
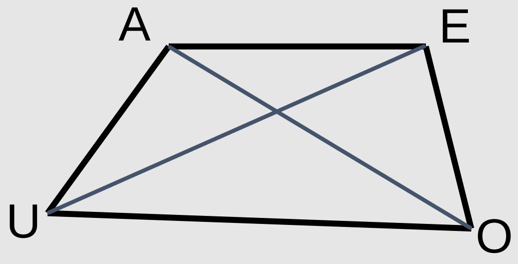


Imagem: Sandhu / Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported license.

Imagem: JozeSIb / Domínio Público.

Elementos de um quadrilátero

Observando o quadrilátero AEOU da figura, podemos destacar:



Vértices: A, E, O, U.
Ângulos internos: Â, Ê, Ô e Û.
Lados: $\overline{AE}$, $\overline{EO}$, $\overline{OU}$, $\overline{UA}$.
Diagonais: $\overline{AO}$ e $\overline{EU}$.

Perímetro

É a soma de todos os lados → $2p = \overline{AE} + \overline{EO} + \overline{OU} + \overline{UA}$.

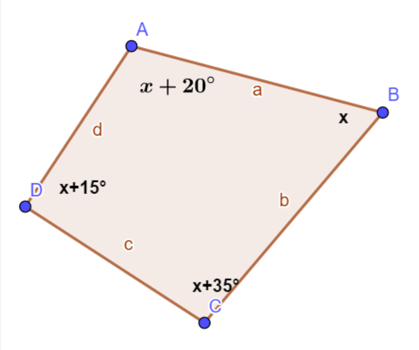
É importante destacar os vértices, os lados e os ângulos internos que são opostos. Nesse quadrilátero, temos:
Vértices opostos: A e O ; E e U.
Lados opostos: $\overline{AE}$ e $\overline{OU}$; $\overline{AU}$ e $\overline{EO}$.
Ângulos internos opostos: Â e Ô ; Ê e Û.

Ângulos de um quadrilátero

Experiência:
Desenhe um quadrilátero ABCD e trace a diagonal $\overline{BD}$.
O que vocês observam?
Vocês poderiam dizer qual é a soma dos ângulos internos desse quadrilátero, só observando o que fizeram?
Como obtemos dois triângulos, podemos dizer que:

Em todo quadrilátero a soma dos ângulos internos é igual a 360º.

Atividade:
1. Em um quadrilátero, as medidas dos ângulos internos são expressas por x + 15º, x, x + 20º e x + 35º. Quanto mede a medida do ângulo x?



$$x + x + 15° + x + 20° + x + 35° = 360°$$

$$4x + 70° = 360°$$

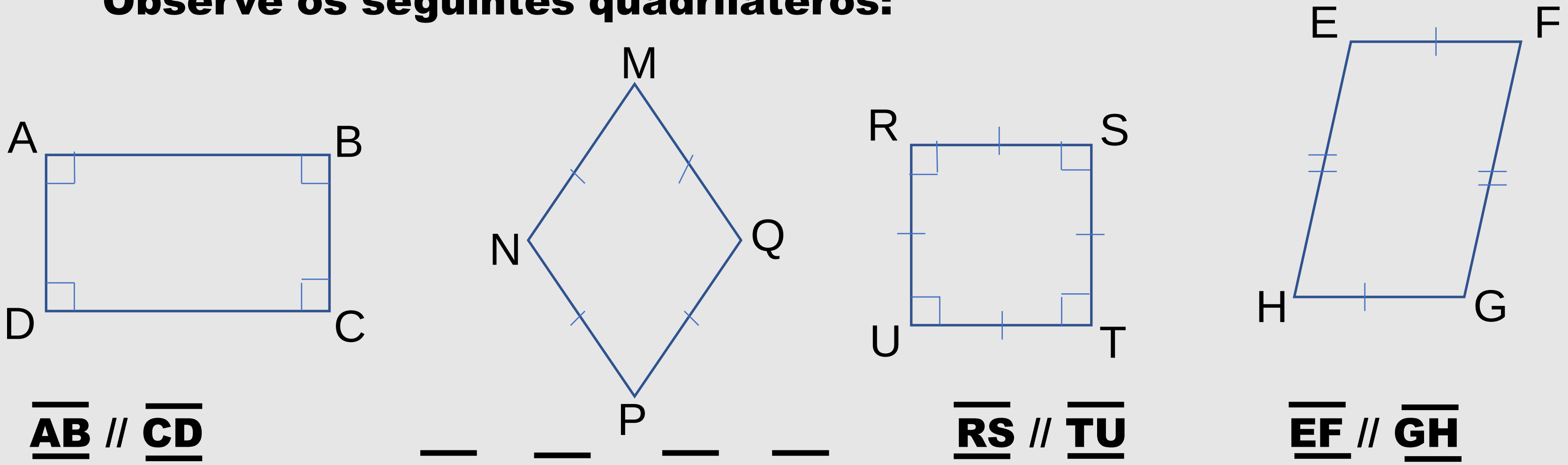
$$4x = 360° - 70°$$

$$x = \frac{290°}{4} \Rightarrow x = 72,5°$$

Paralelogramos

Um quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos é chamado de paralelogramo.

Observe os seguintes quadriláteros:



$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$
$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$

$\overline{MQ}$ // $\overline{NP}$ e $\overline{MN}$ // $\overline{PQ}$

$\overline{RS}$ // $\overline{TU}$
$\overline{RU}$ // $\overline{ST}$

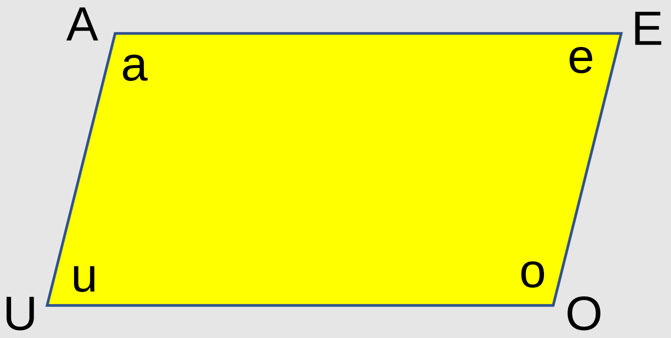
$\overline{EF}$ // $\overline{GH}$
$\overline{EH}$ // $\overline{FG}$

Eles são paralelogramos!

O paralelogramo ABCD possui os ângulos retos, por isso isso é chamado retângulo.
O paralelogramo MNPQ possui os lados congruentes, por isso é chamado losango.
O paralelogramo RSTU possui os lados e os ângulos congruentes, por isso é chamado quadrado. Ele é retângulo e losango!
O paralelogramo EFGH não possui lados congruentes nem ângulos retos, por isso não recebe nome especial.

Propriedades dos paralelogramos

1ª Propriedade:
Em um paralelogramo, os ângulos opostos são congruentes.



Como a e u são medidas de ângulos colaterais internos, temos:

$a + u = 180^\circ \longrightarrow u = 180^\circ - a$ (1).

Como a e e são medidas de ângulos colaterais internos, temos:

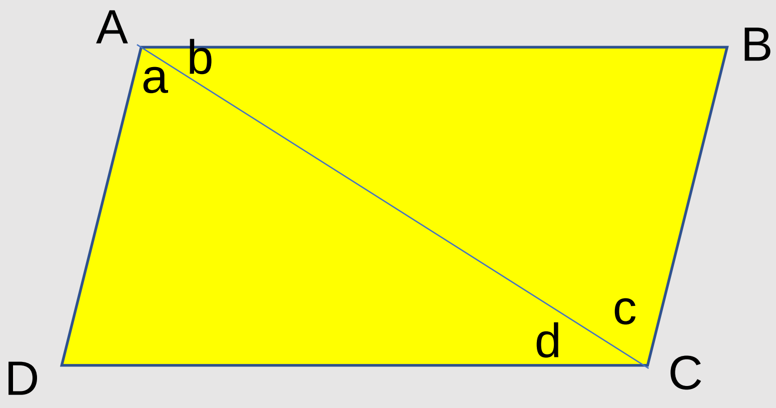
$a + e = 180^\circ \longrightarrow e = 180^\circ - a$ (2).

Comparando (1) e (2), temos:

$u = e \longrightarrow m(\hat{E}) = m(\hat{U})$.

2ª propriedade:

Em qualquer paralelogramo, os lados opostos são congruentes.



Traçando a diagonal $\overline{AC}$, temos:

- **a = c** (ângulos alternos internos);
- **b = d** (ângulos alternos internos);
- **$\overline{AC}$** lado comum aos dois triângulos.

Então, temos △ ABC congruente ao △ ACD.

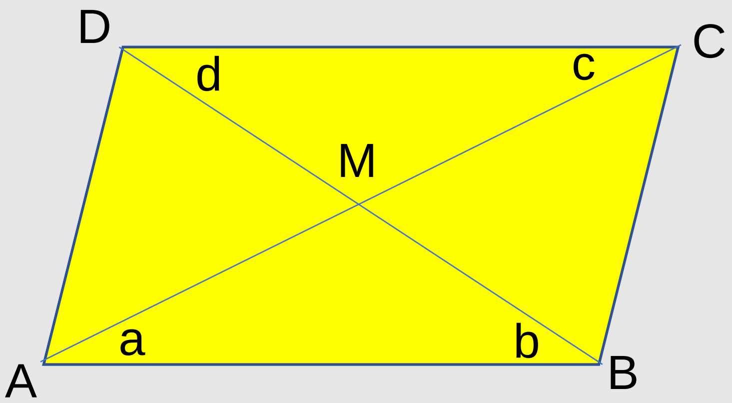
Como consequência:

$m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$;

$m(\overline{BC}) = m(\overline{AD})$.

3ª propriedade:

Em qualquer paralelogramo, as diagonais cortam-se ao meio.



Traçando as diagonais AC e BD, temos:

- ★ **a = c (ângulos alternos internos);**
- ★ **b = d (ângulos alternos internos);**
- ★ **m($\overline{AB}$) = m($\overline{CD}$) (lados opostos).**

Então, temos:

△AMB congruente ao △CMD.

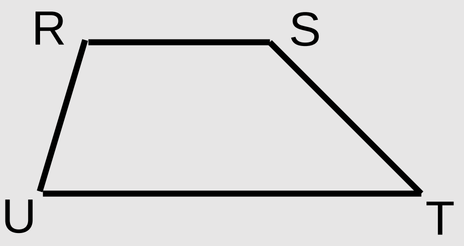
Como consequência:

m($\overline{AM}$) = m($\overline{MC}$);

m($\overline{BM}$) = m($\overline{MD}$).

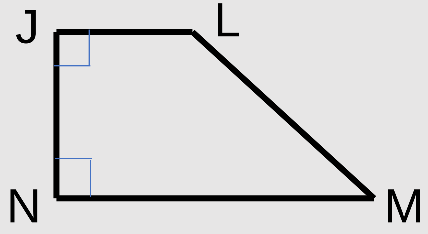
Trapézios

Trapézios são quadriláteros que possuem apenas um par de lados paralelos.
Observe os seguintes quadriláteros:



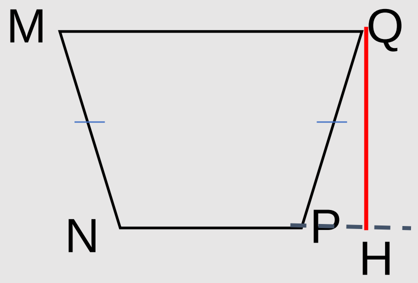
$\overline{RS} \parallel \overline{TU}$

$\overline{RS}$ é a base menor;
$\overline{TU}$ é a base maior.



$\overline{JL} \parallel \overline{NM}$

$\overline{JL}$ é a base menor;
$\overline{MN}$ é a base maior.
$\overline{JN} \perp \overline{MN}$



$\overline{NP} \parallel \overline{MQ}$

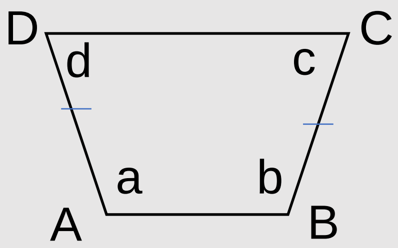
$\overline{QH}$ é a altura.

Eles são trapézios!
No trapézio JLMN, existem dois ângulos retos, por isso ele é chamado trapézio retângulo.
No trapézio MNPQ, os lados não paralelos são congruentes, por isso ele é chamado de trapézio isósceles.

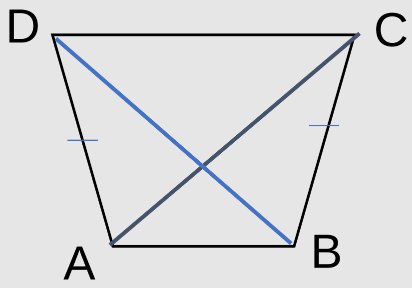
Trapézio isósceles

No trapézio isósceles podemos observar duas propriedades:

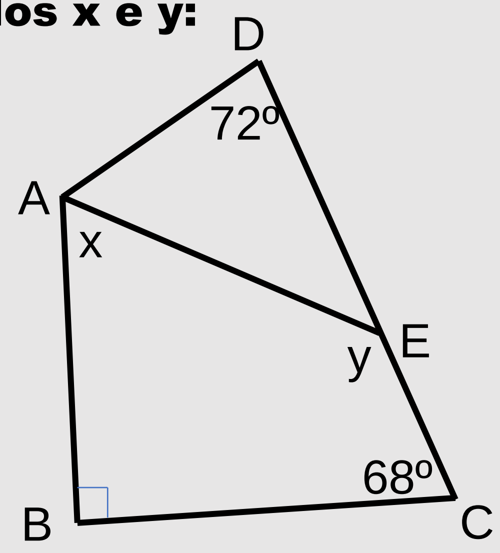
1ª propriedade:
Num trapézio isósceles, os <u>ângulos das bases são congruentes</u>.



2ª propriedade:
Num trapézio isósceles, as <u>diagonais são congruentes</u>.

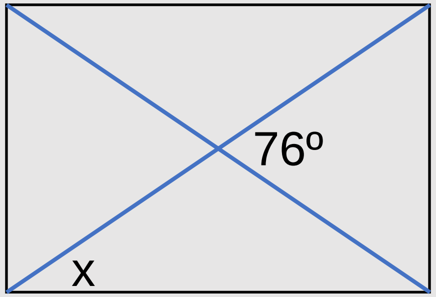


1. No quadrilátero da figura, $\overline{AE}$ é a bisseitriz de BÂD. Determine o valor dos ângulos x e y:

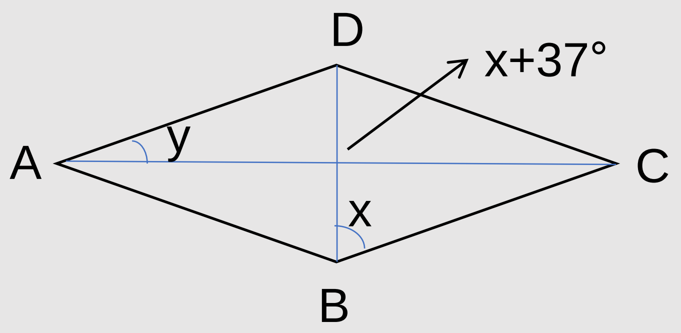


2. A figura a seguir é um retângulo. A medida x indicada é:

a) 38º.
b) 42º.
c) 46º.
d) 48º.
e) 52º.



4. No losango ABCD, determine:



a) **as medidas x e y indicadas;**
b) **as medidas dos quatro ângulos do losango.**

Atividade da Semana

- Leitura das páginas 182 até 187.
- Fazer os exercícios 1, 2 e 3 página 185.
- Fazer os exercícios 1, 2 e 3 página 187.

6. Propriedades dos quadriláteros 182
Paralelogramos 182
Retângulo 183
Losango 184
Quadrado 184
Atividades 185
Trapézios 186
Atividades 187

Bibliografia

Giovanni, José Ruy, 1937
Matemática pensar e descobrir: novo / Giovanni & Giovanni Jr.
São Paulo: FTD, 2000.

Bonjorno José Roberto
Matemática: fazendo a diferença / José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno , Ayrton Olivares. – 1 ed- São Paulo:FTD, 2006.

Iezzi, Gelson, 1939
Matemática e realidade: 7ª série / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado - 4 ed reform.- São Paulo: Atual, 2000